TEOREMA DI PITAGORA

ALLA SCOPERTA DEL TEOREMA DI PITAGORA

Pitagora, un grande pensatore dell'antica Grecia, nato a Samo attorno al 580 a.C. e vissuto a lungo a Crotone è noto agli studenti per un importante teorema che porta il suo nome e che ora anche tu conoscerai.

1. Collegati al sito: http://geogebra.altervista.org , fai clic su "*Teorema di Pitagora*" e, nella pagina che ti si apre, fai clic su "*Alla scoperta del teorema*"
2. Osserva la figura: si tratta di un quadrato celeste inscritto in un quadrato marrone. Trascina lentamente il cursore. Alla fine, che cosa puoi dire circa l'area del quadrato marrone rispetto all'area del quadrato inscritto?

   ____

3. Torna alla pagina precedente, fai clic su "*Il triangolo isoscele e il Teorema di Pitagora*". Osserva la figura. Che cosa puoi dire circa l'area dei tre quadrati disegnati?
   a. Innanzitutto noti che i due quadrati più piccoli hanno per lati i _______________ del triangolo rettangolo ABC;
   b. il lato del quadrato più grande invece ha per lato __________________________ del triangolo ABC;
   c. con i due quadrati più piccoli è possibile ricoprire il quadrato più grande? SI NO Spiega

      ____

      ____

4. Puoi concludere dicendo che *il quadrato grande è equiesteso alla somma dei due quadrati più piccoli*, o anche: ***il quadrato che ha per lato l'ipotenusa del triangolo rettangolo isoscele ABC è equiesteso con la somma dei quadrati che hanno per lati i cateti dello stesso triangolo.***
5. La proprietà trovata per il triangolo rettangolo isoscele vale per tutti i triangoli isosceli? Trascina lentamente il cursore e osserva come varia l'area dei quadrati.
   a. Se l'angolo al vertice $A\hat{C}B$ è maggiore di 90°, com'è la somma delle aree dei quadrati costruiti sui lati obliqui del triangolo rispetto a quello costruito sulla base?

      ____

   b. Se l'angolo al vertice $A\hat{C}B$ è minore di 90°, com'è la somma delle aree dei quadrati costruiti sui lati obliqui del triangolo rispetto a quello costruito sulla base?

      ____

   c. Concludendo puoi dire che la relazione $Q \cong Q_1 + Q_2$ vale solo per il triangolo

      ____

Probabilmente ora ti chiedi se la proprietà che hai trovato per i triangoli rettangoli isosceli vale anche per qualsiasi altro triangolo, purché rettangolo.

1. Torna alla pagina precedente, fai clic su "*Teorema di Pitagora ed equiestensione*".
2. Osserva la figura, si tratta di due quadrati congruenti e quindi con la stessa area.
3. Trascina lentamente il cursore e osserva il quadrato Q_1.

   a. Man mano che sposti il cursore il quadrato Q_1 si scompone in più parti: in quante parti si scompone Q_1?______

   Puoi dire che il quadrato Q_1 si scompone in ____ quadrato e in ____ triangoli rettangoli

   b. Anche Q_2 si scompone in più parti. Quante? ____________

   Puoi dire che il quadrato Q_2 si scompone in ____ quadrati e in ____ triangoli rettangoli

   c. Confronta i triangoli rettangoli presenti in Q_1 e i triangoli rettangoli in Q_2. Cosa noti? ____

   d. È corretto affermare che l'area del quadrato inscritto in Q_1 è uguale alla somma delle aree dei quadrati interni a Q_2? Spiega.

   ____

   ____

   ____

   ____

   e. Osserva il quadrato inscritto in Q_1. Il suo lato è lungo quanto la lunghezza dell' __________________________ di uno dei triangoli rettangoli: è il quadrato costruito sull'ipotenusa.

   f. Osserva i quadrati interni a Q_2. I loro lati sono lunghi ciascuno quanto la lunghezza di ogni __________________________ di uno dei triangoli rettangoli: sono i quadrati costruiti sui cateti

Conclusione:

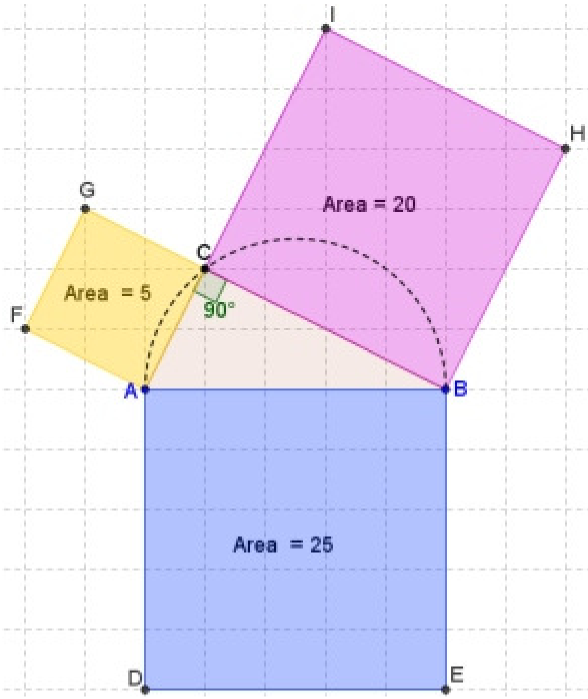
L'area del quadrato che ha per lato l'ipotenusa di un triangolo rettangolo è uguale alla somma delle aree dei due quadrati che hanno per lati i cateti dello stesso triangolo e che questa proprietà vale per qualsiasi triangolo rettangolo.

La proprietà generale che hai in questo modo stabilito è il famoso *teorema di Pitagora*.

Si può dire, sia pure alla buona, che un teorema è una «proposizione» che esprime una proprietà che si rende evidente attraverso «dimostrazione».

<u>GEOGEBRA</u>

Chiudi il collegamento ad internet ed apri il programma Geogebra.



1. Costruisci un triangolo rettangolo:
   a. Fai clic su Ic6 e scegli "*Semicirconferenza per due punti*": fai clic in un punto della finestra geometria e poi in un altro distante 5.
   b. Fai clic su Ic2 e scegli "*Nuovo Punto*": fai clic su un punto qualsiasi della semicirconferenza..
   c. Fai clic su Ic5 e scegli "*Poligono*": fai clic su A, C , B e ancora su A.
   d. Il triangolo che appare è un triangolo rettangolo, per verificarlo fai clic su Ic7 e scegli "*Angolo*": fai clic, nell'ordine, su A, su C e su B. L'angolo $A\widehat{C}B$ è retto.
2. Costruisci il quadrato sull'ipotenusa AB del triangolo:
   a. Fai clic su Ic4 e scegli "*Retta perpendicolare*": fai clic prima sul punto A e poi sul segmento AB; ancora, fai clic su B e di nuovo sul segmento AB.
   b. Fai clic su Ic6 e scegli "*Circonferenza di dato centro*": fai clic prima su A e poi su B; ancora, fai clic prima su B e poi su A.
   c. Fai clic su Ic2 e scegli "*Nuovo punto*": fai clic nel punto d'intersezione, sotto A, tra la circonferenza e la retta perpendicolare. Fai clic nel punto d'intersezione, sotto B, tra la circonferenza e la retta perpendicolare.
   d. Nascondi le due rette e le due circonferenze.
   e. Fai clic su Ic5 e scegli "*Poligono*": fai clic su A, D , E, B e ancora su A. Il quadrato ADEC è il quadrato che ha per lato l'ipotenusa del triangolo rettangolo.
3. Costruisci il quadrato sul cateto AC del triangolo:
   a. Fai clic su Ic4 e scegli "*Retta perpendicolare*": fai clic prima sul punto A e poi sul segmento AC; ancora, fai clic su C e di nuovo sul segmento AC.
   b. Fai clic su Ic6 e scegli "*Circonferenza di dato centro*": fai clic prima su A e poi su C; ancora, fai clic prima su C e poi su A.
   c. Fai clic su Ic2 e scegli "*Nuovo punto*": fai clic nel punto d'intersezione, a sinistra di A, tra la circonferenza e la retta perpendicolare. Fai clic nel punto d'intersezione, a sinistra di C, tra la circonferenza e la retta perpendicolare.
   d. Nascondi le due rette e le due circonferenze.

e. Fai clic su Ic5 e scegli "*Poligono*": fai clic su A, F , G, C e ancora su A. Il quadrato AFGC è il quadrato che ha per lato il cateto AC del triangolo.

4. Costruisci il quadrato sul cateto BC del triangolo:
   a. Fai clic su Ic4 e scegli "*Retta perpendicolare*": fai clic prima sul punto B e poi sul segmento BC; ancora, fai clic su C e di nuovo sul segmento BC.
   b. Fai clic su Ic6 e scegli "*Circonferenza di dato centro*": fai clic prima su B e poi su C; ancora, fai clic prima su C e poi su B.
   c. Fai clic su Ic2 e scegli "*Nuovo punto*": fai clic nel punto d'intersezione, a destra di B, tra la circonferenza e la retta perpendicolare. Fai clic nel punto d'intersezione, a destra di C, tra la circonferenza e la retta perpendicolare.
   d. Nascondi le due rette e le due circonferenze.
   e. Fai clic su Ic5 e scegli "*Poligono*": fai clic su B, H , I, C e ancora su B. Il quadrato BHIC è il quadrato che ha per lato il cateto BC del triangolo.
5. Ora se vuoi, puoi cambiare i colori dei quadrati e dargli anche un po' più di "riempimento".
6. Trascina il punto C, cambia l'area dei quadrati? SI NO. Se sì, cambiano tutte e tre le aree? SI NO. Se no, quale area non cambia?

   ____

7. Fai clic su Ic7 e scegli "*Area*": fai clic all'interno dei quadrati così otterrai la misura delle loro aree. Trascina il punto C in cinque posti diversi e verifica che la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti è uguale all'area del quadrato costruito sull'ipotenusa.*

POSTO	AC^2	BC^2	$AC^2 + BC^2$	AB^2
1				
2				
3				
4				
5				

8. Supponi che per un triangolo avente i lati lunghi rispettivamente AC, BC e AB valga la relazione: $AC^2 + BC^2 = AB^2$; allora, in base al teorema di Pitagora puoi affermare che il triangolo in questione è rettangolo.

   Se invece vale la relazione $AC^2 + BC^2 > AB^2$ dirai che il triangolo è acutangolo; se è valida la relazione $AC^2 + BC^2 < AB^2$, dirai che il triangolo è ________________________

* La misura delle aree viene espressa da GeoGebra approssimata ai centesimi.